



NOSNÉ KONSTRUKCE ZE DŘEVA A JEJICH STATIKA

Autoři:
Ing. Michal Šopík
Ing. David Mikolášek

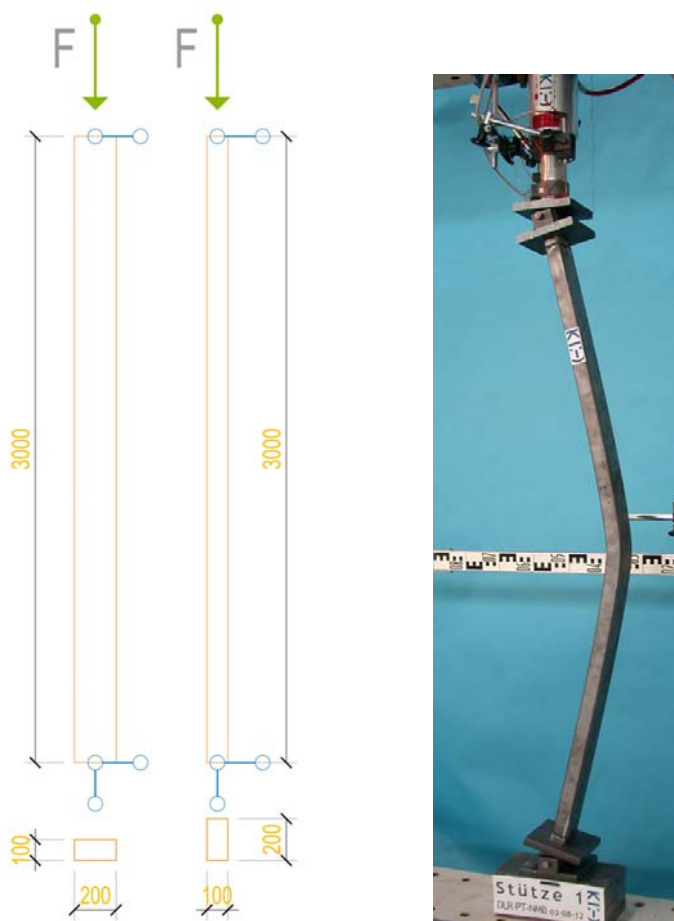
CZ.1.07/1.3.05/02.0026
Rozvoj profesního vzdělávání pedagogů SOŠ v oblasti dřevovýroby a stavebnictví



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

1 VZPĚR - TLAK

Se vzpěrem se setkáváme ve stavební praxi velmi často. Je to jeden ze základních způsobů namáhání konstrukce nebo její části při výskytu vlivu teorie druhého řádu na přerozdělení vnitřních sil na konstrukci nebo její prvek.



Obr. 1: Geometrie zadané úlohy + příklad klopení ocelového prvku

Vzpěr vzniká v tlačných konstrukcích. Při vzpěru vzniká mimo tlaková namáhání v průřezu také dodatečné napětí vlivem ohybu. Ohyb je způsoben vlivem imperfekcí, které má každá reálná konstrukce. Imperfekce mohou být geometrické, materiálové nebo mohou být způsobeny excentrickým uložením nebo zatížením. Uložení samo o sobě může být silným nosičem imperfekcí. Pokud není uložení - jeho tuhost dostatečná, tak se mohou tyto imperfekce projevit až v průběhu výpočtu kdy je zahrnut vliv druhého řádu. Druhý řád ve výpočetní praxi je způsob řešení dané úlohy, kdy rovnováha sil je uvažována na zdeformované konstrukci.

Mimo vzpěr ještě rozeznáváme klopení a boulení. Při vzpěru dochází ke ztrátě stability celého průřezu pod délce prvku viz Obr. 01 (zde byla zvolen obrázek s ocelovou konstrukcí, protože u ocelových prvků je zřetelnější deformace po dosažení vzpěru – dřevo by prasklo ocel splastizuje). Klopení se týká především vysokých nosníků, kdy na rozdíl od vzpěru dochází ke ztrátě stability tlačené části průřezu. Tento efekt vzniká při zatížení ohybovým momentem, kdy je jedna strana tažená a druhá tlačaná a tlačný průřez není po délce zajištěn proti klopení. Boulení se týká především stěn vystavených tlaku – plochy lokálně ztrácejí stabilitu. Tento jev je významný

především u vysokých štíhlých ocelových konstrukcí, kde musí být toto chování bráno na zřetel (lokálně se konstrukce vyztužuje žebry viz. EC3).

2 CÍL STUDIE VZPĚRU

Řešení diferenciální rovnice vzpěru pro základní typy uložení včetně zjednodušených předpokladů chování zkoumaného prvku je známo od dob matematika Eulera. Toto řešení je platné pro malé výchylky (natočení střednice prutu). Eulerovo řešení je pro praktické úlohy technické praxe dostatečné pro svou jednoduchost a dostatečnou výstižnost.

Cílem této práce je porovnat 3 základní způsoby návrhu dřevěného sloupu zatíženého tlakovou silou.

- První řešení je dáno odhadem únosnosti pro perfektní (střednice je přímka) konstrukci podle vzorce Eulera.
- Druhé řešení je dáno normovým výpočtem podle DIN 1052 nebo EC5. Zde je řešení založeno na zahrnutí imperfekcí do zkoumaných rovnic. Výsledkem je pak stanovení maximálního zatížení, při kterém je v krajních vláknech dosaženo meze kluzu materiálu.
- Třetí řešení je založeno na metodě konečných prvků a to na programu SCIA a ANSYS. Kde vzpěrná únosnost bude v prvním kroku stanovena podle stability (což odpovídá řešení podle Eulera). Dále bude využit imperfektní tvar ze stability jako deformovaná geometrie pro výpočet podle druhého řádu. Takto zdeformovaná konstrukce bude zatěžována a bude hledáno maximální tlakové, zatížení než v konstrukci vzniknou první napětí na mezi kluzu (mimo lokalit – numerické a geometrické + materiálové). Program SCIA disponuje posudkem podle EC5, což bude možné pro kontrolu srovnat s bodem b).

Tab. 1: tabulka vzorců pro výpočet Eulerovi kritické síly

$M = \frac{EI}{Rn} \quad [Nm]$ $M = -F * y_{(x)} \quad [Nm]$ $\frac{1}{Rn} = \frac{y'_{(x)}}{(1 + y'^2_{(x)})^{3/2}} \quad [m^{-1}]$ $y'_{(x)} \rightarrow 0 \quad [-]$ $\frac{M}{EI} = y''_{(x)} \quad [m^{-1}]$		$y''_{(x)} * EI = -F * y_{(x)} \quad [Nm]$ $y''_{(x)} + y_{(x)} \frac{F}{EI} = 0 \quad [m^{-1}]$ $y_{(x)} = y_{max} \sin\left(\sqrt{\frac{F}{EI}}x\right) \quad [m]$ $F_{crit} = \frac{\pi^2 EI}{L^2} (k=1) \quad [N]$		
Knickfälle	Fall 1	Fall 2	Fall 3	Fall 4
Knicklängenbeiwert	$\beta = 2$	$\beta = 1$	$\beta = \frac{1}{2} \sqrt{2} \approx 0,7$	$\beta = 0,5$
Knicklänge s $s = \beta \cdot L$	$s = 2 \cdot L$	$s = L$	$s \approx 0,7 \cdot L$	$s = 0,5 \cdot L$
kritische Knicklast	$F_{krit} = \frac{\pi^2}{4L^2} EI$	$F_{krit} = \frac{\pi^2}{L^2} EI$	$F_{krit} = \frac{2\pi^2}{L^2} EI$	$F_{krit} = \frac{4\pi^2}{L^2} EI$

V tabulce Tab. 1 jsou shrnuty základní vzorce podle Eulera. Je zde také zobrazen schéma základních typů upnutí konců prutů. Tyto okrajové podmínky – vnější vazby jsou idealizované. Ve skutečnosti je většina vnějších vazeb polotuhých. Pro polotuhé vazby vycházejí vzpěrné délky o vyšších hodnotách. Pro běžnou praxi jsou koncové vazby většinou dostatečně tuhé, aby se tyto idealizované násobky skutečné délky mohly bezpečně použít pro výpočet vzpěrné délky.

2.1 Materiálové charakteristiky

Tab. 2: tabulka materiálových charakteristik pro dřevo - sloupek a ocelovou botku

dřevo ortotropní (modifikované $E_x = E0.05$)

E_x	$2/3*10000/1.3 = 5128$	[MPa]
E_y	900	[MPa]
E_z	500	[MPa]
ν_{xy}	0.47	[-]
ν_{yz}	0.27	[-]
ν_{xz}	0.37	[-]
G_{xy}	752	[MPa]
G_{yz}	39	[MPa]
G_{xz}	720	[MPa]

anisotropic hardennig (varianta_22)

	X	Y	Z	
$f_{y,ten}$	22	2	2	[MPa]
$tg_{y,tensil}$	20	20	20	[MPa]
$f_{y,com}$	22	2	2	[MPa]
$tg_{y,com}$	20	20	20	[MPa]
$f_{y,shear}$	2.5	1	2.5	[MPa]
$tg_{y,shear}$	7	2	7	[MPa]

ocelová botka – nerez ocel

E	197000	[MPa]
ν_i	0.304	[-]

strain	0.0013706	0.0017	0.0021	0.01	0.042	0.1	0.25	0.45	[-]
stress	270	300	340	490	620	710	860	1020	[MPa]

V tabulce Tab. 2 jsou materiály použité v numerickém modelu v ANSYS. Jde o hodnoty blízké k reálným vlastnostem dřeva třídy C22 a nerezové oceli. Model ANSYS je uvažován jako ortotropní s uvážením geometrické a fyzikální nelinearity + imperfekce dřeva a ocelových spojovacích prvků.

2.2 Zatížení studované konstrukce

Zatížení je simulováno prostřednictvím tlakové síly do horní části sloupu. V ručním výpočtu a numerickém prutovém modelu a ve skořepině SCIA je zatížení zvoleno jako silové. V modelu ANSYS 3D objemové prvky je zatížení zvoleno jako deformační ve vstupní hodnotě 70 mm. Deformační varianta zatížení je numericky stabilnější a dovoluje získat také sestupné větve pracovního diagramu blíže graf Graf. 1.

3 JEDNOTLIVÉ TYPY MODELŮ

V této kapitole jsou uvedeny základní způsoby získání únosnosti tlačенého sloupku 100x200 C22.

3.1 Přibližné řešení pomocí Eulerových rovnic

kritická síla podle Eulera

$$F_{crit} = \pi^2 EI / L^2 = 3.1416^2 * 5.128 * 10^9 * 1/12 * 0.2 * 0.1^3 / 3^2 = \underline{\underline{93.724 \text{ kN}}}$$

Podle výpočtu vzpěrné kritické síly z tohoto vzorce pro E = 5.128 GPa získáme hodnotu 93.724 kN.

3.2 Normový způsob řešení

A) Výpočet podle DIN 1052 nebo EC5

Tab. 3: tabulka posudku únosnosti sloupku podle EC5 viz Obr. 1

Příklad 2.0

Určete návrhovou únosnost kloubově uloženého sloupu průřezu 100x200 mm a délky l=a*3,0m.

Sloup je zatížen střednědobou silou.

Provedeno z rostlého dřeva třídy pevnosti C22 a zabudován ve třídě provozu 1.

koeficienty	A	a 1.0	b 1.0
Návrhová pevnost v tlaku			
fc,0,k= 20	MPa	E _{0,05} = 6,700	MPa
fc,0,d= fc,0,k*kmod/γM		fc,0,d= 12.31	MPa
			kmod= 0.8
			γM= 1.3
Štíhlostní poměr			
λ= l _{ef} /i		λ= 103.9	
l _{ef} = l		l _{ef} = 3.0	m
i= (I/A) ^{0,5}		i= 28.9	mm
I= (1/12)*b*h ³		I= 16666666.7	mm ⁴
A= b*h		A= 20000	mm ²
σ _{c,crit} = π ² *E _{0,05} /λ ²		σ _{c,crit} = 6.12	MPa
λ _{rel} = (fc,0,k/σ _{c,crit}) ^{0,5}		λ _{rel} = 1.81	
Součinitel vzpěrnosti			
k= 0,5*[1+βc(λ _{rel} -0,3)+λ _{rel} ²]		k= 2.28	
kc= 1/k+(k ² -λ _{rel} ²) ^{0,5}		kc= 0.27	
Návrhová únosnost			
σ _{c,0,d} /kc*fc,0,d ≤ 1			
σ _{c,0,d} = Nd/A			
A*kc*fc,0,d= Nd			
A*kc*fc,0,d=	66.88		kN

V tabulce Tab. 3 je normový postup výpočtu v prostředí excel únosnosti sloupku pro redukovaný modul pružnosti dřeva rovnoběžně s vlákny. Maximální napětí v tlačенých vláknech je dáno hodnotou 13.538 MPa. Tato hodnota bude použita pro dosaženou limitní hodnotu v napětí u

numerických modelů. Je to z důvodu stejného přístupu k návrhu pro normové postupy a numerické výpočty. Numerický výpočet nemusí kolabovat pro danou hodnotu napětí v krajních vláknech.

Tab. 4: tabulka posudku únosnosti sloupku podle EC5 viz Obr. 1 podle SCIA posudku

Posudek dřeva									
EUROCODE 5 - NÁVRH DREVENÝCH KONSTRUKCÍ, ENV 1995-1-1.									
Tah rovnoběžný s vlákny (5.1.2)									
Tlak rovnoběžný s vlákny (5.1.4)									
Ohyb (5.1.6a a 5.1.6b)									
Smyk (5.1.7.1)									
Kрут (5.1.8)									
Kombinace ohybu a osového tahu (5.1.9a a 5.1.9b)									
Kombinace ohybu a osového tlaku (5.1.10a a 5.1.10b)									
Sloupy a nosníky (5.2.1e a 5.2.1f)									
Detailní výpis,									
Nosník : B1, L=3.000m, RECT, C22									
Materiál : C22									
Trída vlhkosti : 1									
gamma m =1.30 k m =1.00									
rez=0.000m kombi únos.=1 k mod = 0.80									
Posudek únosnosti									
	N	Vy	Vz	Mx	My	Mz			
Návrhová síla	-66.9[kN]	0.0[kN]	0.0[kN]	0.0[kNm]	0.0[kNm]	0.0[kNm]			
Návrhové napětí	-3.3[MPa]	0.0[MPa]	0.0[MPa]	0.0[MPa]	0.0[MPa]	0.0[MPa]			
Limitní napětí	12.3[MPa]	1.5[MPa]	1.5[MPa]	1.5[MPa]	13.5[MPa]	13.5[MPa]			
Jedn. posudek	0.27	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00			
AISC LRFD 2005 0.27 (5.1.4)									
Ohyb : 0.00 (5.1.64)									
Posudek stability									
	L0 m	k	L m	lam	sigma krit MPa	lam_rel	beta c	k k crit	kc
Y	3.00	1.00	3.00	51.96	24.5	0.904	0.20	0.949	0.81
Z	3.00	1.00	3.00	103.92	6.1	1.807	0.20	2.264	0.28
LTB	3.00	1.00	3.00		100.4	0.468		1.00	
Tlak (5.2.1) : 0.99 (5.2.1e)									
Ohyb (5.2.2) : 0.00									
Maximální jednotkový posudek = 0.99 - prerez vyhovuje.									

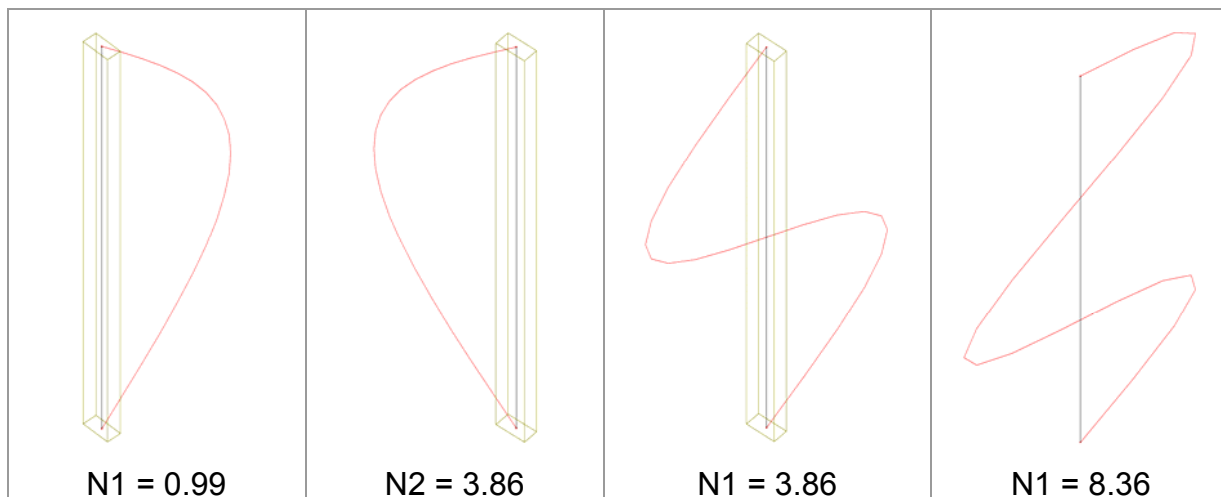
V tabulce Tab. 4 je normový postup výpočtu v prostředí SCIA únosnosti sloupku. Posudek SCIA musí být stejný jako posudek normový, protože jde o stejný postup dimenzování. Výhodou SCIA prostředí je možnost efektivně měnit průřezy a okrajové podmínky modelu a tomuto se přizpůsobí také posudek. Posudek je zde vztažen na lineární výpočet. Z toho vyplývá, že v numerickém modelu je zanedbán vliv druhého řádu a tento vliv je zahrnut v posudku prostřednictvím odvozených vztahů a imperfekce prvků.

Tento postup je rychlý a poměrně přesný. Abychom mohli takovýto postup (lineární výpočet) použít, musí konstrukce a její okrajové podmínky splňovat některá kritéria a podmínky. Zejména jde o celkovou stabilitu konstrukce jako celku a dostatečnou tuhost upnutí a vazeb jednotlivých prvků konstrukce tak i konstrukce jako celku (jinak by neplatily vztahy pro určení kritické vzpěrné délky). Pokud se vnitřní síly konstrukce při výpočtu podle druhého řádu nezmění více jak o 10% tak se dá počítat podle teorie prvního řádu (geometricky lineární výpočet). Tento efekt nám říká, že tuhost celku je natolik velká, že deformace jsou malé a nedojde ke změně vnitřních sil na konstrukci.

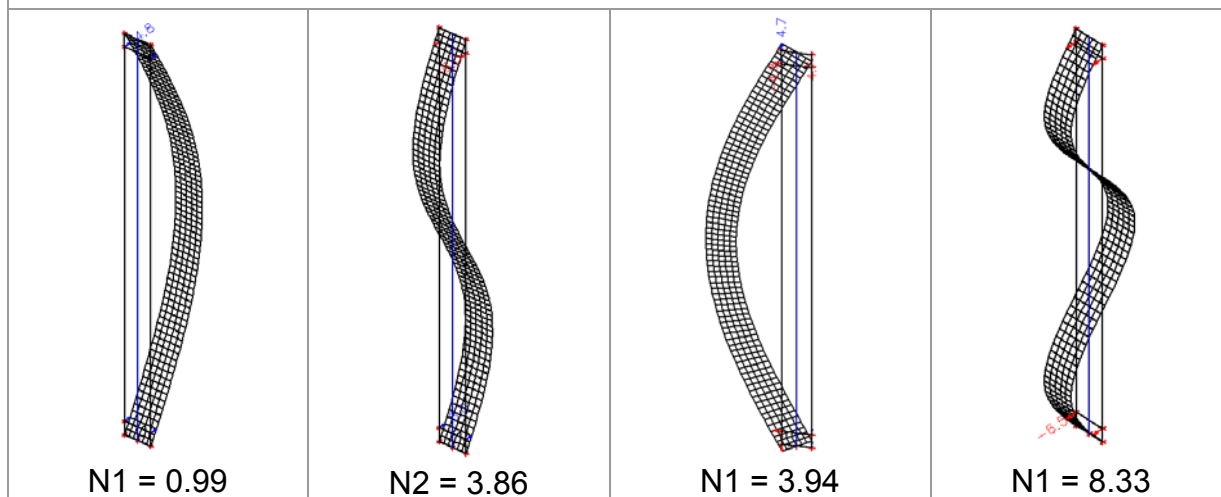
Pomocí numerických modelů a stabilitních výpočtů můžeme najít násobky kritických zatížení a z nich určit vzpěrné délky. Toto však předpokládá širší znalosti a zkušenosti konstruktéra.

3.3 Model ve SCIA - prut a skořepina a ANSYS – objemový model stabilitní řešení úlohy

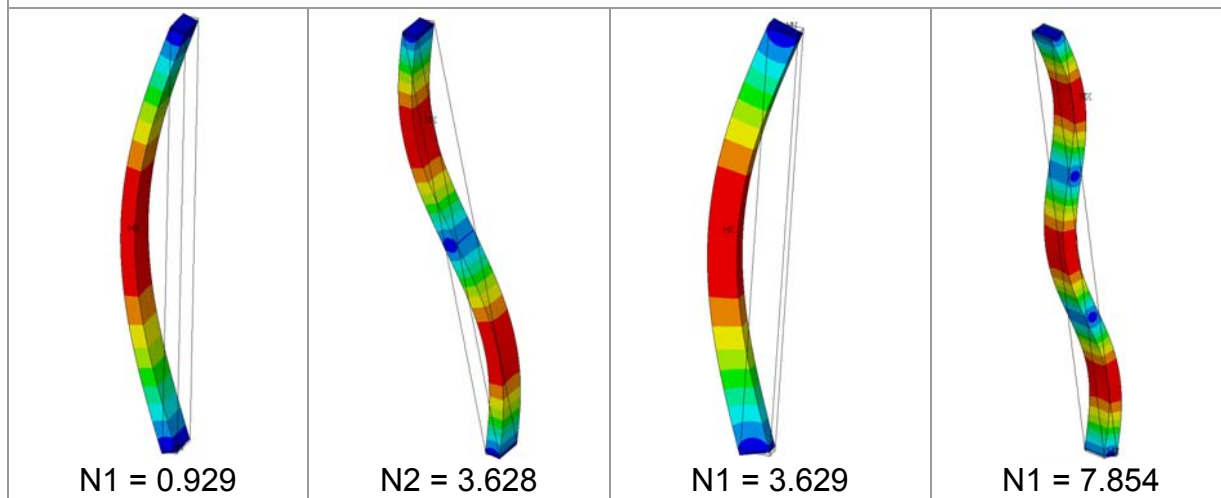
Pro stabilitní výpočet byla uvažována vstupní tlaková síla o velikosti $F_0 = 100$ kN a modul pružnosti rovnoběžně se směrem vláken $E = 5.128$ GPa. Hodnota F_0 byla zvolena na základě jednoduchostí úprav při matematických operacích.



Obr. 2: Vzpěr a jeho násobky zatížení $F_0 = 100$ kN pro prutový model SCIA



Obr. 3: Vzpěr a jeho násobky zatížení $F_0 = 100$ kN pro skořepinový model SCIA



Obr. 4: Vzpěr a jeho násobky zatížení $F_0 = 100$ kN pro objemový model ANSYS

Na obrázcích Obr. 1 až Obr. 4 jsou čtyři vlastní tvary stability. Jak je patrné z jejich tvarů a velikosti násobku tak jsou získané hodnoty pro prutový model + skořepinový model SCIA a objemový model ANSYS téměř shodné. Rozdíly jsou vidět pouze u druhého a třetího vlastního tvaru. Zde jsou vlastní tvary prohozeny u skořepinového a objemového modelu oproti prutovému modelu. Rozdíl je způsoben tím, že u prutového modelu je násobek druhého a třetího vlastního tvaru shodný a proto je pozice těchto dvou vlastních tvarů záměnná. Tedy třetí vlastní tvar by mělo být vybočení v rovině vyšší tuhosti prvku. První vlastní tvar vybočuje podle předpokladů na měkkou osu prvku. Jedná se energeticky nejvýhodnější geometrii při vneseném tlakovém zatížení při ztrátě stability.

Rozdíly mezi hodnotami SCIA a ANSYS je dán skutečností, že ANSYS je 3D objemový model s uvážením ortotropních vlastností dřeva, takže je globálně měkčí než prutový a skořepinový izotropní model.

3.4 Model ve SCIA + ANSYS výpočet pro druhý řád – geometrická nelinearita

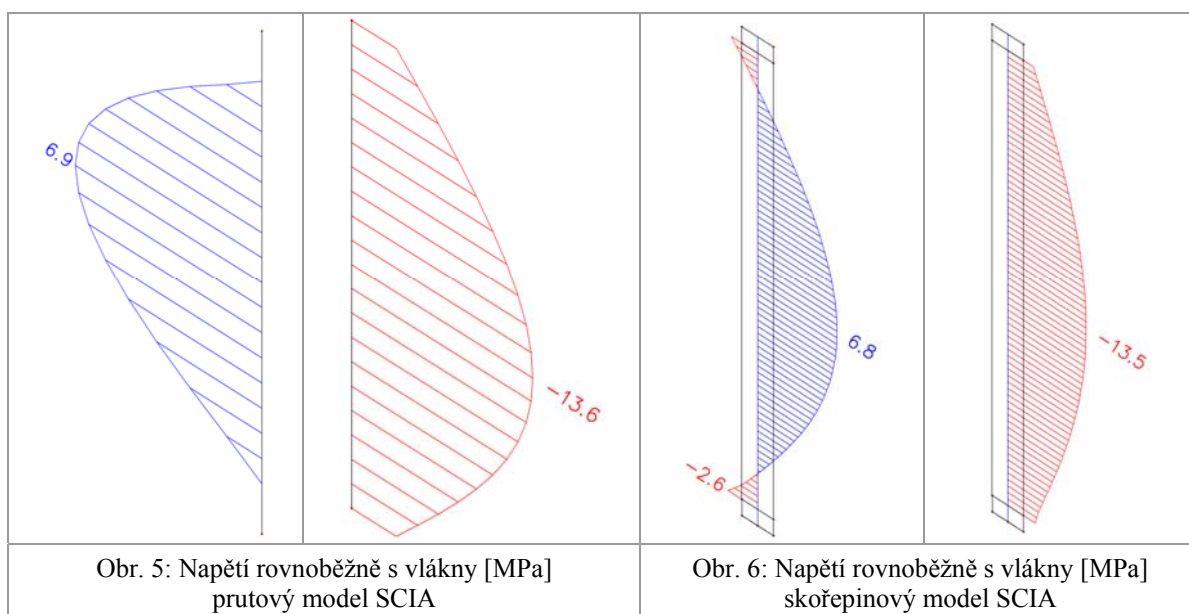
Podle DIN 10520 pro pružný výpočet podle teorie druhého řádu je pro konstrukci složenou z prutů nutné redukovat modul pružnosti rovnoběžně s vlákny takto $E = E_{0,mean}/\gamma_M$ a pro jednotlivé pruty $E = 2/3 * E_{0,mean}/\gamma_M$. V řešeném příkladu jde o jeden prut – sloup, tak je zvolen modul pružnosti rovnoběžně s vlákny hodnotou $E = 5.128$ GPa.

Limitní napětí na straně tlakových vláken je stanovena podle DIN 1052 na $f_{m,d} = 13.538$ MPa. Jedná se tlak za ohybu. V prvku vznikají dvě složky napětí, první je od prostého tlaku a druhá je od ohybu. Napětí od ohybu je způsobeno dostřednou tlakovou silou a excentricitou střednice.

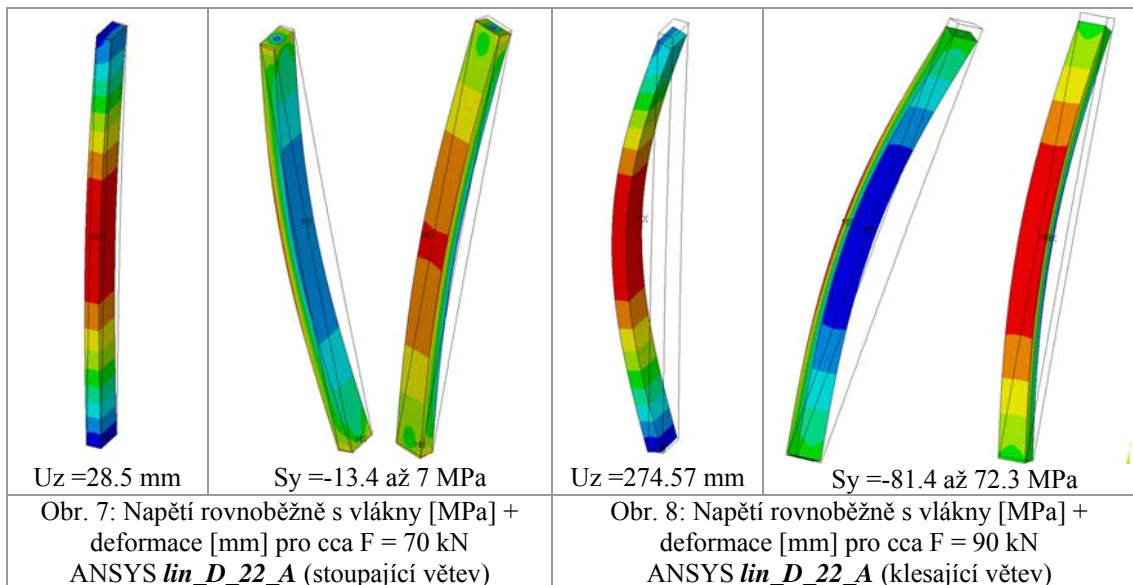
Numerické modely ve SCIA a v ANSYS byly počítány pro imperfekce střednicové osy – roviny podle prvního vlastního tvaru vybočení s hodnotou amplitudy $y_{max} = L/210 = 3000/210 = 14.286$ mm.

Podle posudku normy EC5 a DIN 1052 je maximální dostředné zatížení na prut pro střednědobou sílu a materiál C22 $F_{max} = 66.88$ kN. Toto zatížení bylo použito v nelineárním výpočtu ve SCIA.

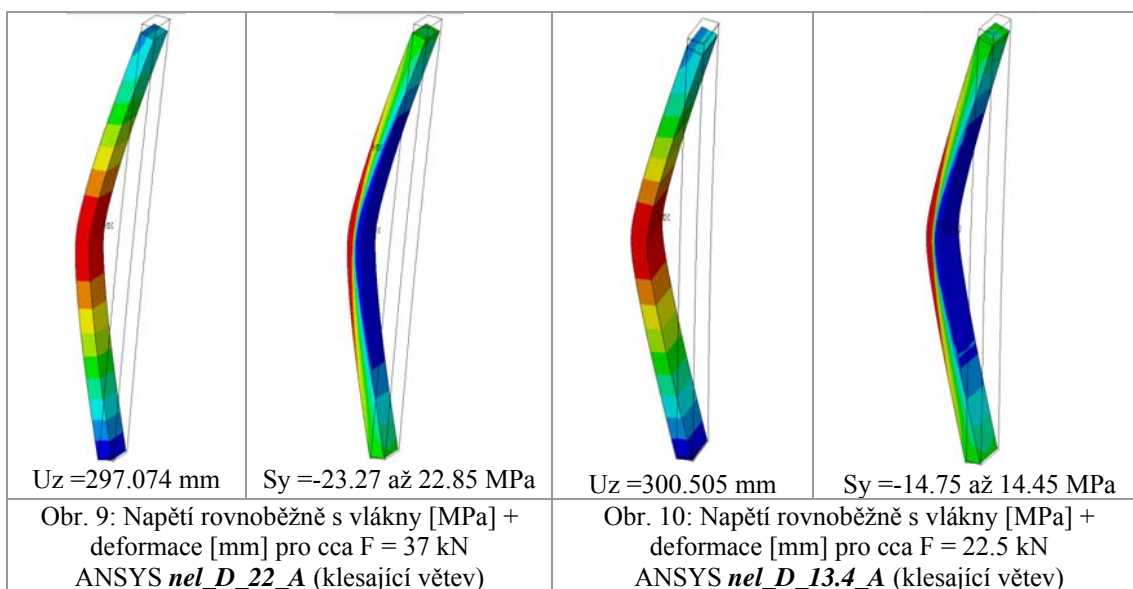
Modul posunutí (pro mechanické spoje) se musí uvažovat vynásobený poměrem modulů pružnosti $E_{0,05}/E_{0,mean}$ viz dále DIN 1052. Spoje tvoří významnou složku ve zmenšení globální a lokální tuhosti u dřevěných konstrukcí. Pro použití prvku ve 3 třídě vlhkosti pro prvek vystavený dominantnímu tlaku v rozhodující kombinaci zatížení je nutné významně redukovat tuhost a únosnost prvku.



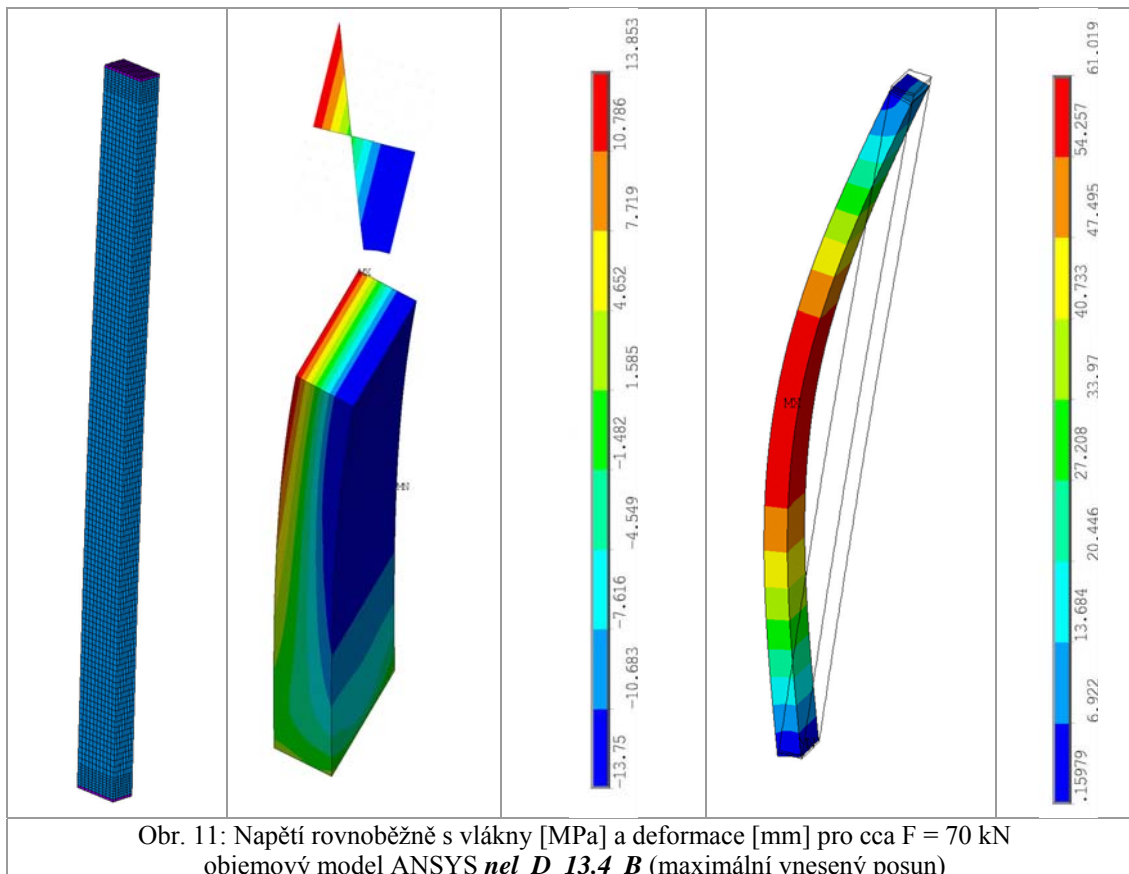
Na Obr. 5 jsou tlaková a tahová napětí rovnoběžně s vlákny na prutovém modelu. Na vedlejším Obr. 6 jsou ta samá napětí na skořepinovém modelu. Je zde vidět, že pro nastavenou imperfekci a vnášenou sílu je dosaženo výpočtem podle druhého řádu stanoveného napětí na straně tlačných vláken zkoumaného dřevěného sloupku.



Na Obr. 7 a Obr. 8 *lin_D_22_A* jsou tlaková a tahová napětí rovnoběžně s vlákny na objemovém modelu. Levý obrázek Obr. 7 představuje dosaženou vodorovnou deformaci uprostřed sloupku. Pravý Obr. 7 znázorňuje dosažené napětí po objemu modelu. Hodnoty na těchto dvou obrázcích Obr. 7 jsou vybrány pro dosaženou sílu cca 70 kN, která odpovídá normové maximální únosnosti v tlaku sloupku. Obr. 8 jeho levá část představuje maximální vodorovnou deformaci a pravá část dosažené napětí. Tyto hodnoty byly dosaženy pro vnesené svislé zatížení 70 mm.

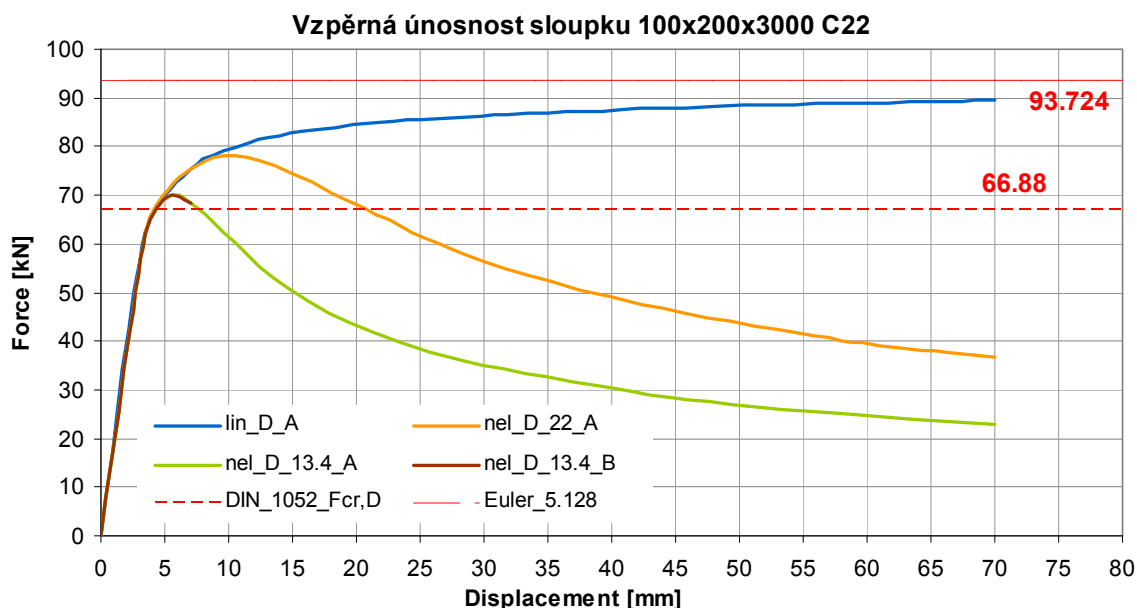


Na Obr. 9 a Obr. 10 jsou tlaková a tahová napětí rovnoběžně s vlákny na objemovém modelu *nel_D_22_A* a *nel_D_13.4_A*. Levý obrázek Obr. 9 představuje dosaženou vodorovnou deformaci uprostřed sloupku. Pravý Obr. 9 znázorňuje dosažené napětí po objemu modelu. Hodnoty na těchto dvou obrázcích Obr. 9 jsou vybrány pro vnesené svislé zatížení 70 mm. Obr. 10 jeho levá část představuje maximální vodorovnou deformaci a pravá část dosažené napětí. Tyto hodnoty byly dosaženy pro vnesené svislé zatížení 70 mm. Na obou obrázcích napětí je vidět že dřevo se chová jako plastické v tahu i tlaku. Takto se reálné dřevo nechová, v tahu se chová křehce a téměř lineárně.



Na Obr. 11 jsou tlaková a tahová napětí rovnoběžně s vlákny na objemovém modelu *nel_D_13.4_B*. První levý Obr. 11 je zobrazení konečné prvkové sítě objemového modelu. Síť pro daný problém byla vytvořena jemná a měla cca 42 000 stupňů volnosti. Druhý obrázek zleva je detailní zobrazení napětí rovnoběžně s vlákny. Je zde vidět na objemovém modelu a také na jeho řezu nerovnoměrné rozložení napětí. Je to způsobeno rozdílným nastavením v tlaku a vtahu pro směr rovnoběžně s vlákny, což se přibližuje ke skutečnému pracovnímu chování dřeva. Je zde vidět že v tahu nedochází téměř k plastizaci zatímco v tlaku ano. Tento efekt způsobuje křehké chování dřeva v tahu (smyku). Toto také vedlo k ukončení konvergence pro tento model a tím stanovení jeho maximální únosnosti. Třetí obrázek zleva je dosažená vodorovná deformace při kolapsu.

Graf. 1: graf jednotlivých modelů v ANSYS pro různé druhy materiálových nastavení



Na grafu Graf. 1 jsou čtyři řešené modely v ANSYS. Pátá a šestá přímka je hodnota únosnosti podle normy a Eulera. Normová hodnota je srovnávací únosnost pro únosnosti získané výpočtem s imperfekcemi podle teorie druhého řádu. Euler vychází z rovnic odstavce 3.1.

Modrá křivka *lin_D_A* představuje lineární materiálový model dřeva, kde síla pro vnášenou deformaci stále stoupá a blíží se pro 70 mm svislé deformace k 90 kN. Podle Obr. 4 první vlastní tvar má násobek 0.929. Tento model by měl mít bod zlomu kolem 93 kN svislé tlakové síly.

Model *nel_D_22_A*, zlatá křivka, je počítán jako materiálově nelineární podle Tab. 2. Vidíme zde sestupnou větev pro sílu cca 78 kN pro svislou deformaci cca 10 mm. Zde se projevuje efekt změkčení tuhosti konstrukce a tím také její odolnosti ve vzpěru vlivem materiálové nelinearity.

Model *nel_D_13.4_A*, zelená křivka, je počítán jako materiálově nelineární podle Tab. 2 s modifikovanou mezí kluzu ortotropních vlastností numerického modelu. Tyto hodnoty jsou stanoveny jako bilineární pracovní diagram pro tah a tlak rovnoběžně s vlákny na 13.4 MPa se zpevněním 20 MPa. Vidíme zde sestupnou větev pro sílu cca 70 kN pro svislou deformaci cca 5.7 mm. Zde se projevuje efekt změkčení tuhosti konstrukce a tím také její odolnosti ve vzpěru vlivem materiálové nelinearity.

Model *nel_D_13.4_B*, třešňová barva křivky, je počítán jako materiálově nelineární podle Tab. 2 s modifikovanou mezí kluzu ortotropních vlastností numerického modelu. Tyto hodnoty jsou stanoveny jako bilineární pracovní diagram pro tah a tlak rovnoběžně s vlákny na 13.4 MPa se zpevněním 3400 MPa pro tah a 20 MPa pro tlak. Vidíme zde sestupnou větev pro sílu cca 70 kN pro svislou deformaci cca 5.7 mm. Zde se projevuje efekt změkčení tuhosti konstrukce a tím také její odolnosti ve vzpěru vlivem materiálové nelinearity. Jak je vidět tento model zkolaboval – nebyl schopen konvergovat pro vyšší svislou deformaci. Je to způsobeno změkčením vlivem materiálové nelinearity a tím k vyšší vodorovné deformaci. Tyto efekty společně s druhým řádem a rozdílným zpevněním pro tah (křehké chování) a tlak (visko plastické chování) rovnoběžně s vlákny způsobí, že prvek již není schopen roznést dále vnášené zatížení a zkolabuje (prasknou vlákna na tažené straně a prvek se prolomí).

Na těchto jednotlivých křivkách grafu vidíme že pružná odezva prvku – sloupku je v oblasti kolem 64 kN. Dále od této síly ještě sledujeme nárůst síly a pak dochází buď k poklesu síly, nebo k prolomení. Podle toho jaký pracovní diagram použijeme. Z výsledků je patrné, že hodnota podle normy 66.88 kN je u všech numerických modelů dosažena. Modely se zahrnutím materiálové nelinearity a rozdílného chování v tahu a v tlaku rovnoběžně s vlákny (v jiných směrech pro tento případ zatěžování není nutné používat rozdílné zpevnění pro tah a tlak) dobře korespondují s maximální únosností stanovenou normou.

Je třeba dodat, že normový postup vychází ze zmenšených modulů pružnosti rovnoběžně s vlákny a se zmenšenou únosností dřeva. Pokud bychom uvažovali s charakteristickým hodnotami pro danou třídu pevnosti dřeva, dostali bychom vyšší hodnoty zatížení dřevěného prvku. Proto nám dává normový postup návrhu rezervu, která je ovšem k vlivu nehomogenity a nepředpokládaným vlivům (montáž a výběr řeziva) nutná a na bezpečné straně.

4 SROVNÁNÍ VÝSLEDKU JEDNOTLIVÝCH ŘEŠENÍ

Jednotlivé způsoby řešení této úlohy únosnosti prvku při dostředném tlaku měly za cíl srovnat různé metody výpočtu, od ručních výpočtů přes normy až po komplexnější modely se zahrnutím více typů nelinearit (geometrická a fyzikální) včetně ortotropie dřeva a různých typů pracovních diagramů dřeva včetně respektování odlišného chování v tlaku a v tahu u dřevěných prvků.

Všechny způsoby řešení v této práci dosáhly téměř shodných velikostí únosnosti a deformací. Prutový a skořepinový model je téměř stejný ve svých výsledcích. U modelů SCIA nebyla uvažována ortotropie dřeva a jak vyplývá z dosažených výsledků, není to pro tuto úlohu rozhodující. Prvek je namáhán v podélné ose rovnoběžně s vlákny, takže odlišné tuhosti v jiných směrech nehrají při výpočtu významnou roli.

- a) Shoda mezi jednotlivými variantami modelů norma a SCIA a ANSYS je dobrá. Jednotlivé modely se liší především z důvodů různého typu složitosti řešené úlohy.
- b) Únosnosti podle ANSYS jsou ve shodě s hodnotami únosností podle DIN1052 a EC5 a SCIA modely. Jsou mírně nižší z důvodu vlivu ortotropních vlastností modelu a jeho povahy jako 3D objemového modelu.
- c) V rámci přijatých zjednodušení konstrukce modelu a okrajových podmínek se dosahuje podobných výsledků pro všechny typy modelů.
- d) Výhodou specializovaného softwaru ANSYS je jeho možnost upozornit na kritická místa spoje v době návrhu a provést případné optimalizace před výrobou.
- e) Pokud bychom do výpočtu zahrnuly průměrné reálné hodnoty charakteristických pevností a tuhostí dřevěného sloupku 100x200x3000 C22 $E = 10$ GPa tak dostaneme únosnost podle Eulera cca 182.77. Tato hodnota ale nezohledňuje imperfekce (výrobní + materiálové + montážní) a vliv třídy prostředí a trvání zatížení. Pokud bychom postupovali podle normy, ale s hodnotou modulu pružnosti $E = 10$ GPa místo $E = 6.7$ GPa (nutné pro výpočet σ kritického), tak dostaneme únosnost cca 95 kN.
- f) Dalším krokem v numerické modelování je verifikovat numerické modely pomocí fyzikálních zkoušek (VŠB TU – Ostrava Fakulta stavební) a tím dosáhnout optimální úrovně návrhu pomocí norem a metody konečných prvků (která v sobě má implementované normové posudky například SCIA – ocel, beton, dřevo atd.).
- g) Modelování těchto konstrukcí pomocí výše uvedených softwarů vede k bližšímu pochopení přerozdělení vnitřních sil a tím k také k bezpečnějšímu a hodnotnějšímu návrhu tohoto typů konstrukcí.

5 ZÁVĚR

Všechny modely a postupy vedly při stejných okrajových podmínkách ke stejným výsledkům. Toto není nijak překvapující, ale je nutné si uvědomit, z jakých principů vychází normový posudek a tím si ujasnit výhody a nevýhody při používání numerických modelů.

Normový postup v tomto případě vede na jednoduchý soubor rovnic s výstižným řešením na bezpečné straně. Ale ve složitějších případech nemusí norma dávat jasný návod na řešení atypických problémů, ať už jde o spoje nebo tuhost složitějších systému sestavených z jednodušších navzájem se ovlivňujících prvků.

V takovém případě máme dvě možnosti najít bezpečné a efektivní řešení. Obě jsou více méně provázané. Jde o použití výstižnějších numerických metod a modelů pro vytvoření komplexnějšího modelu, který vystihuje více reálnou konstrukci i s jejími detaily (prokluzu a tuhosti v přípojích a imperfekce). Takto optimalizovaný model se následně prověří fyzikálním testem a vyhodnotí se dosažené výsledky. Nedílnou součástí těchto přístupů k analýze konstrukce je také zkušenost a profesionální cit jednotlivých projektantů a konstruktérů, laboratorních techniků a řemeslníků. Protože konstrukci tvoří souhrn všech složek podílejících se na vytvoření dané konstrukce.

Numerický model, při uvědomění si, jak pracuje norma a jakým způsobem vypovídá a únosnosti konstrukce a jejích jednotlivých prvků, může vystihnout chování řešené úlohy. Na základě pracovních diagramů získaných z těchto matematických modelů můžeme pak stanovit pružnou únosnost konstrukce. Fyzikální test pak koriguje numerické řešení a pomáhá konstruktérovi naladit numerický model, tak aby se přiblížil k reálnému chování studovaných úloh a konstrukcí.

SEZNAM POUŽITÝCH PODKLADŮ

- [1] ČSN EN 14592+A1 „Dřevěné konstrukce - Kolíkové spojovací prostředky – Požadavky“,
- [2] ČSN EN 1995-1-1 „Eurokód 5: Navrhování, dřevěných konstrukcí, Obecná pravidla“,
- [3] ČSN 73 1702 mod DIN 1052:2004
- [4] Scia Engineer [online]. 2012 [cit. 2012-01-01]. Dostupný z WWW: < <http://www.scia-online.com>>.
- [5] ANSYS 10 Documentation. ANSYS Inc., 2005.
- [6] <http://www.ki-smile.de/kismile/view86,28,1302.html>
- [7] <http://www.maschinenbau-wissen.de>
- [8] MIKOLÁŠEK, D., HEIDUSCHKE, A., BROŽOVSKÝ, J. Zhodnocení fyzikální a numerické zkoušky kolíkového spoje. In Medzinárodná vedecká konferencia 70 rokov SvF STU, Bratislava: STU, Slovensko, 4.-5.12. 2008, 20 stran, text na CD, ISBN 978-80-227-2979-6.
- [9] STRAKA, B. Závěry z analýzy dřevěných obloukových konstrukcí. In: Zborník zo VI. Vedeckej konferencie s medzinárodnou účasťou, organizovanej pri príležitosti 20. výročia založenia SvF Technickej univerzity v Košiciach, vydal C-Press,s.r.o., Dom techniky Košice, 1997, s.121-126, ISBN 80-7099-276-X.
- [10] JOHNSON, H. Plug Shear Failure in Nailed Timber Connections - Avoiding Brittle and Promoting Ductile Failures. Doctoral thesis, Div. of Timber Structures, Luleå University of Technology, 2004:03.
- [11] Guan, Z.W., Zhu, E.,C. Finite element modelling of anisotropic elasto-plastic timber composite beams with openings, Engineering Structure, 31, 2009, 394-403.
- [12] Lopes, S., Jorge, L., Cruz, H. Evaluation of non-linear behavior of timber- concrete composite structures using FE model. Materials and Structures/Materiaux et Constructions, Volume 45, 2012, Issue 5, Pages 653-662, ISSN 1359-5997.
- [13] Požgaj, A., Chovanec D., Kurjatko, S., Babiak, M. Štruktúra a vlastnosti dreva. Príroda, Bratislava 1997.
- [14] XU, B. H., TAAZOUNT, M., BOUCHAIR, A., RACHER, P. Numerical 3D finite element modelling and experimental tests for dowel-type timber joints, Construction and Building Materials, 23 (2009) 3043-3052.